



Universidad Simón Bolívar  
 Departamento de Matemáticas  
 Puras y Aplicadas  
 Septiembre–Diciembre 2011

Nombre: \_\_\_\_\_  
 Carné: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

**1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque A (7:30 AM)**

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE;  $a, \omega \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ .

$u(x)$	$U(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	$z^k$
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\sin(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\cos(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\sinh(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$H(x)\cosh(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$

1. (12 ptos.) Considere la función real  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}(x+5), & \text{si } x \in [-5, 0) \\ 1-x, & \text{si } x \in [0, 1) \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$ 
  - a) Calcule  $f''_{gen}(x)$
  - b) Calcule la integral  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin(ax) dx$ , donde  $a \in \mathbb{R}$ .
2. (10 ptos.) Obtenga el valor de la constante  $a$  para que la distribución  $u(t) = a\delta'(t)$  sea solución de la ecuación diferencial  $tu'(t) + u(t) = \delta'(t)$
3. (10 ptos.) Sea  $u(t)$  una función causal tal que  $[H(t)\cos(t)] * [u(t)] = H(t-1)e^t$ ;  $-\infty < t < \infty$ . Determinar  $u(t)$  en forma explícita (con una expresión sin integrales y sin convoluciones)
4. (15 ptos.) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales, reduciendo a funciones causales

$$\begin{cases} y''' + y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \\ y''(0) = 0 \end{cases}$$

**¡Justifique todas sus respuestas!**